



SEMESTRAL

UNI

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMANA 24

academiacesarvallejo.edu.pe

SEMESTRAL
UNI



RAZ. MATEMÁTICO

Tema: Suficiencia de datos II
Docente: César Roque Minalaya

Problema 1

Se define en $\mathbb{R}$, la siguiente operación matemática: $F(n+1)=F(n)+2n$ ¿Qué datos adicionales es necesario saber para hallar el valor numérico de $F(20)$?

- I. $F(1)=10$
- II. $F(30)-F(1) = 870$

- ☒ A) La información I es suficiente.
- B) La información II es suficiente.
- C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
- D) Cada dato por separado es suficiente.
- E) La información brindada es insuficiente.

Resolución:

Nos piden el valor numérico de $F(20)$.

La operación matemática $F(n+1) = F(n)+2n$, está definida en $\mathbb{R}$

Del dato I

$$F(1) = 10$$

Mediante el método de las evaluaciones, determinamos:

$F(2)$
 $F(3)$
 $F(4)$
 $\vdots$
 $F(20)$

¡Si es suficiente!

Del dato II

$$F(30) - F(1) = 870$$

Mediante el método de las evaluaciones, se comprueba esta igualdad, más no permite conocer $F(20)$

¡No es suficiente!

∴ La información I es suficiente.

Problema 2

Analice la información brindada para determinar la cantidad de cifras decimales del resultado de P.

$$P = \frac{1157 \times 7^7 \times 33^n \times 3^m}{5^m \times 2^n \times 11^{n-1}}; m, n \in \mathbb{Z}^+$$

Información brindada:

- I. $m=5; m>n$
- II. $2m+3n=8$

- A) La información I es suficiente.
- B) La información II es suficiente.
- C) Es necesario utilizar ambas informaciones a la vez.
- ☒ D) Cada una de las informaciones, por separado, es suficiente.
- E) La información brindada es insuficiente.

Resolución:

Nos piden la cantidad de cifras decimales.

Analizamos la expresión dada.

$$P = \frac{1157 \times 7^7 \times 33^n \times 3^m}{5^m \times 2^n \times 11^{n-1}}$$

Simplificamos para convertir a una fracción irreducible

$$\Rightarrow P = \frac{13 \times 89 \times 7^7 \times 3^{m+n} \times 11}{5^m \times 2^n}$$

La cantidad de decimales, depende del valor del mayor exponente de los factores primos 2 y 5 en el denominador

Del dato I

$$m = 5; m > n$$

El mayor exponente es $m=5$.

¡Si es suficiente!

Del dato II

$$2m + 3n = 8$$

↓
1

↓
2

(Única solución positiva)

El mayor exponente es $n=2$.

¡Si es suficiente!

∴ Cada una de las informaciones, por separado, es suficiente.

Problema 3

Sea la ecuación cuadrática $5x^2 + ab = 2ax + ax^2$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Se quiere conocer el valor numérico de la suma de raíces.

Información brindada:

- I. El producto de raíces es 16
- II. Presenta una única solución.

Para resolver el problema

- A) La información I es suficiente.
- B) La información II es suficiente.
- ☒ C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
- D) Cada información, por separado, es suficiente.
- E) Falta información.

Resolución:

Nos piden la suma de raíces.

De la ecuación $5x^2 + ab = 2ax + ax^2$, $a, b \in \mathbb{Z}$.

$$(5 - a)x^2 - 2ax + ab = 0$$

$$\text{Suma de raíces} = \frac{-(-2a)}{5 - a} = \frac{2a}{5 - a}$$

Del dato I

El producto de raíces es 16

$$\frac{ab}{5 - a} = 16$$

$$\frac{2a}{5 - a} = \frac{32}{b}$$

¡No es suficiente!

Del dato II

Presenta una única solución ($\Delta = 0$)

$$(-2a)^2 - 4(5 - a)(ab) = 0$$

$$a - b(5 - a) = 0$$

$$\frac{2a}{5 - a} = 2b$$

¡No es suficiente!

Recordamos

Sea $ax^2 + bx + c = 0$

$$x_1 + x_2 = -b/a$$

$$x_1 \cdot x_2 = c/a$$

Del dato I y II

$$\text{De I)} \quad \frac{2a}{5 - a} = \frac{32}{b}$$

$$\text{De II)} \quad \frac{2a}{5 - a} = 2b$$

$$\underline{b = 4} \quad \text{o} \quad \underline{b = -4}$$

¡Si es suficiente!

∴ Es necesario utilizar ambas informaciones.

Problema 4

Determine el mínimo valor de y en:

$$y = x^2 - 2ax - b + a^2$$

Se sabe lo siguiente:

- I. La ordenada del vértice de la parábola es -4 .
- II. La gráfica pasa por el origen de coordenadas.

Para resolver el problema

- A) la información I es suficiente
- B) la información II es suficiente
- C) es necesario utilizar ambas informaciones
- D) cada información por separado es suficiente
- E) la información brindada es insuficiente

Resolución:

Nos piden: El mínimo valor de y

De la ecuación $y = x^2 - 2ax - b + a^2$

$$y + b = x^2 - 2ax + a^2$$

$$y + b = (x - a)^2 \quad \text{Ecuación de la parábola, con vértice en } V(a; -b)$$

Del dato I: La ordenada del vértice de la parábola es -4 . $\rightarrow (b = 4)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y + b &= (x - a)^2 \\ y + 4 &= (x - a)^2 \\ y &= \underbrace{(x - a)^2}_{\text{mínimo } 0} - 4 \end{aligned}$$

$$y = -4$$

mínimo

¡Si es suficiente!

Del dato II:

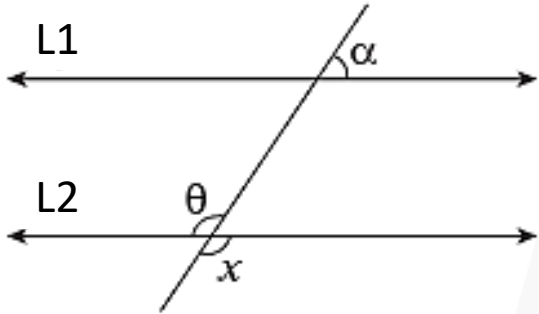
$$\begin{aligned} \Rightarrow y + b &= (x - a)^2 \\ 0 + b &= (0 - a)^2 \\ b &= a^2 \end{aligned}$$

¡No es suficiente!

∴ La información I es suficiente.

Problema 5

Si $L1 \parallel L2$, halle x .



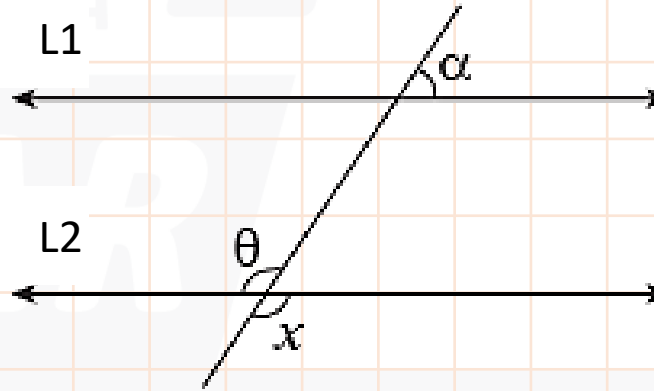
- I. $\alpha = 180 - x$
- II. $\theta = 2\alpha$

- A) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
- ☒ B) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
- C) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
- D) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
- E) Se necesitan más datos.

Resolución:

Nos piden el valor de X .

Del gráfico



- $X = \theta$ (opuestos por el vértice)

- $X + \alpha = 180$

Del dato I

$$\alpha = 180 - x$$

$$\Rightarrow X + \alpha = 180$$

¡No es suficiente!

Del dato II

$$\theta = 2\alpha$$

$$X = 2\alpha$$

$$X + \alpha = 180$$

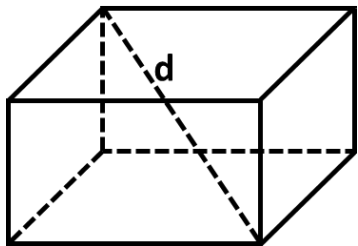
$$\underline{X = 120}$$

¡Si es suficiente!

∴ El dato II es suficiente y el dato I no lo es.

Problema 6

Se desea calcular el volumen máximo del paralelepípedo rectangular mostrado.



Información brindada

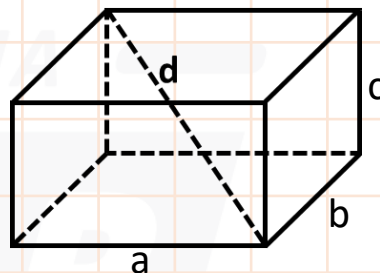
- I. El área de la base es 1 m^2
- II. $d = 2 \text{ m}$

Para resolver el problema

- A) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
- B) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
- C) Es necesario utilizar los datos I y II.
- D) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
- E) La información brindada es insuficiente

Resolución:

Nos piden: El volumen máximo del paralelepípedo rectangular
Del enunciado.



$$\text{Volumen} = abc$$

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Del dato I: Área de la base es 1 m^2

$$ab = 1$$

$$\text{Vol} = \underline{abc}$$

1

$$\text{Vol} = c$$

¡No es suficiente!

Del dato II: $d = 2 \text{ m}$

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$2^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow 4 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\text{MA} \geq \text{MG}$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \sqrt[3]{a^2 b^2 c^2}$$

$$\frac{4}{3} \geq \sqrt[3]{a^2 b^2 c^2} \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^3} \geq abc$$

$$(abc)_{\text{max}} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^3}$$

¡Si es suficiente!

∴ El dato II es suficiente y el dato I no lo es.

- I. Área de la región triangular AFD es igual a 25 m^2
- II. Área de la región triangular ABE es igual a 4 m^2
- III. Área de la región triangular EFC es igual a 9 m^2

A) cada una de las informaciones por separado es suficiente.

B) solo la información I es suficiente.

C) las informaciones I y II, conjuntamente, son necesarias.

 D) dos informaciones cualesquiera son suficientes.

E) La información brindada es insuficiente.

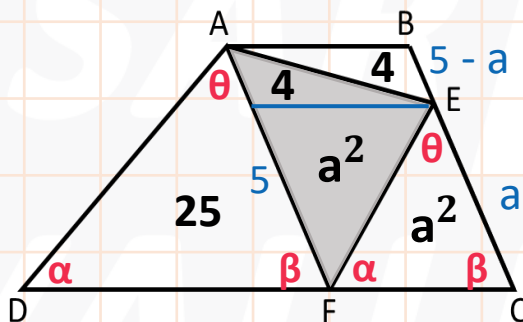
Resolución:

Nos piden: El área de la región triangular AEF
Dato: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; además $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$ y $\overline{AF} \parallel \overline{BC}$.

Del dato I y II:

Área Δ AFD = 25 m²

Área $\Delta ABE = 4 \text{ m}^2$



¡Si es suficiente!

$$a > 5 - a$$

$$\frac{8}{5-a} = \frac{2a^2}{a}$$

$q = 1$

$q = 4$

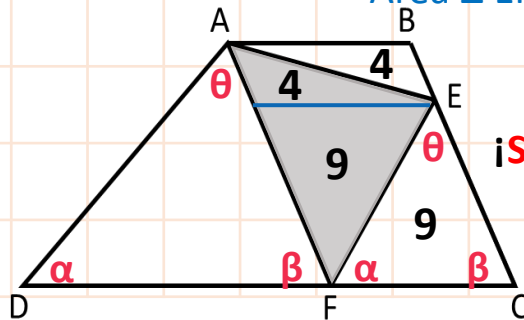
No cumple	Si cumple

Si cumples

Del dato II y III:

Área $\Delta ABE = 4 \text{ m}^2$

Área $\Delta EFC = 9 \text{ m}^2$



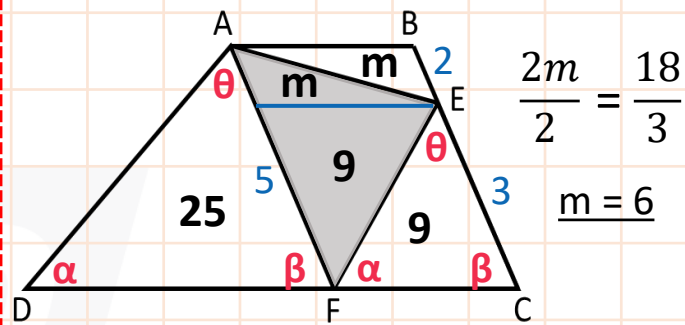
¡Si es suficiente!

Con cada dato por separado, no es posible resolver, por tanto usaremos dos datos a la vez

Del dato I y III:

Área Δ AFD = 25 m²

Área $\Delta EFC = 9 \text{ m}^2$

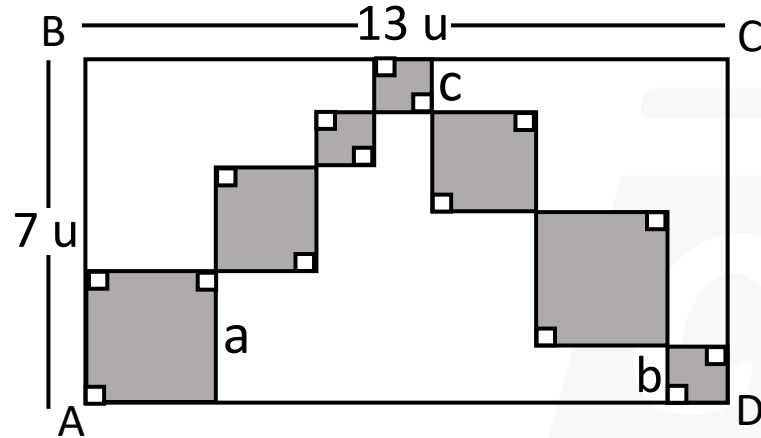


¡Si es suficiente!

*Dos informaciones cualesquiera
es suficiente.*

Problema 8

Halle el perímetro de la región sombreada.



Información brindada

- I. $a + b = 3u$
- II. $c = 1u$

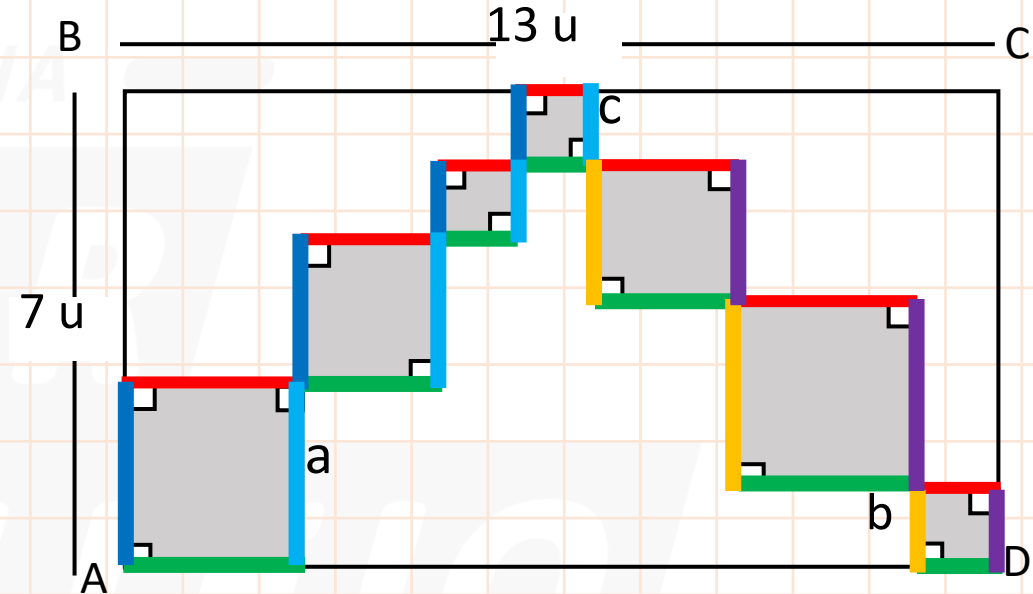
Para resolver el problema

- A) la información I es suficiente
- ☒ B) la información II es suficiente
- C) es necesario utilizar ambas informaciones
- D) cada información por separado es suficiente
- E) la información brindada es insuficiente

Resolución:

Nos piden: El perímetro de la región sombreada

Del gráfico



$$\begin{aligned} \text{Perímetro de la región sombreada} &= 13 + 13 + 7 + 7 + (7-C) + (7-C) \\ &= 54 - 2C \quad (\text{Se necesita conocer el valor de } C) \end{aligned}$$

Del dato I: $a + b = 3u$

¡No es suficiente!

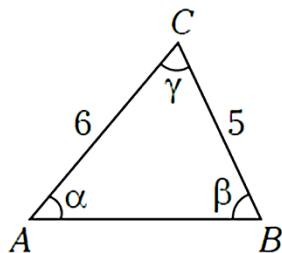
Del dato II: $c = 1u$

¡Si es suficiente!

∴ La información II es suficiente.

Reto 01:

Se tiene el triángulo ABC mostrado



Se desea saber el valor del ángulo γ .

Información brindada

I. $\beta = 2\alpha$

II. $\overline{AB} = \frac{7}{2}$

A) La información I por sí sola es suficiente.

B) La información II por sí sola es suficiente.

C) Es necesario utilizar ambas informaciones.

☒ D) Cada información por separado es suficiente.

E) Las informaciones dadas son insuficientes.

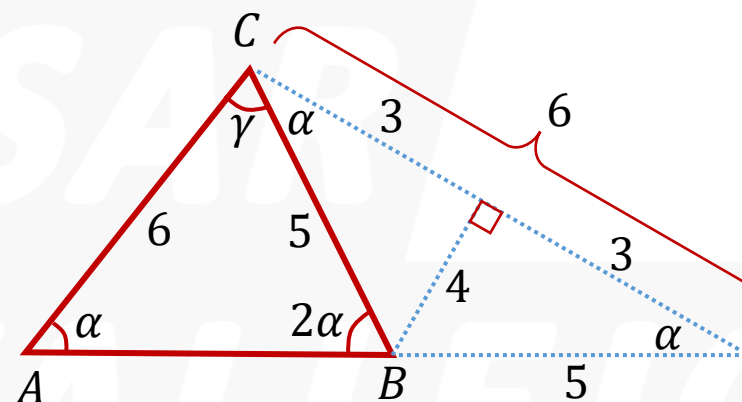
UNI 2020 - I

Resolución:

Nos piden: La información suficiente para determinar el valor del ángulo γ

Analizando cada dato por separado

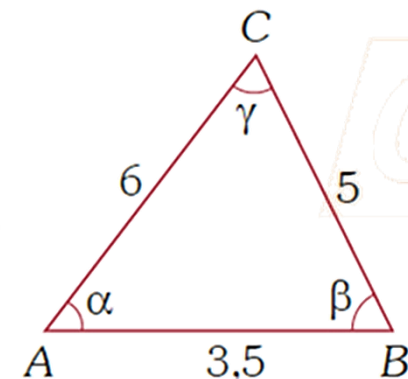
Dato I: $\beta = 2\alpha$



$$\alpha = 53^\circ; \beta = 106^\circ; \gamma = 21^\circ$$

→ Se obtiene el valor de γ

Dato II: $AB = \frac{7}{2} = 3.5$



Por ley de cosenos se tiene que
 $(3.5)^2 = 6^2 + 5^2 - 2(6)(5)\cos\gamma$

→ Sí se obtiene el valor de γ

∴ Cada información por separado es suficiente.

Reto 02:

¿Cuál es el valor de 5^{m+n} ?

Información brindada:

I. $5^{m-n}=1$

II. $5^m=10$

Para resolver este problema se requiere utilizar

- A) I solamente.
- B) II solamente.
- ☒ C) I y II conjuntamente.
- D) I y II cada una por separado.
- E) información adicional.

Resolución:

Nos piden: La información suficiente para determinar el valor de 5^{m+n}

Analizando: Para hallar el valor de 5^{m+n} se necesita:

el valor de m y el valor de n O el valor de m+n

Analizando cada dato por separado

I. $5^{m-n} = 1$

→ $m = n$

No es posible determinar

II. $5^m = 10$

→ Se obtiene el valor de m; pero faltaría el valor de n

No es posible determinar

Analizando ambos datos simultáneamente

I y II conjuntamente

→ De II, se obtiene el valor de m y reemplazando en I se obtiene el valor de n y con ello lo que se pide

∴ I y II conjuntamente.



GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe